

(Đề thi có 1 trang)

Môn thi: Toán

Ngày thi : 28/03/2021

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (2 điểm) : Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} - \frac{1-2\sqrt{x}}{1-9x}\right) : \left(\frac{9\sqrt{x}+4}{3(3\sqrt{x}+1)} - 1\right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq \frac{1}{9}$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính x khi $P = \sqrt{x}$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $x > \frac{1}{9}$.

Bài 2 (2 điểm) : Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hưởng ứng phong trào “Vi biển đảo Trường Sa” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau?

Bài 3 (2 điểm):

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x+3} + \frac{6}{3y-1} = 6 \\ 3\sqrt{2x+3} - \frac{4}{3y-1} = 7 \end{cases}$$

2. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (2m+1)x - 2m$.

- Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi $m = 2$
- Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = 3$

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AN, CK của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- Chứng minh: Tứ giác BKHN nội tiếp đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.
- Chứng minh: $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$.
- Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).
- Đường tròn (I) cắt (O) tại M. Chứng minh ba điểm M, H, E thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho x, y là hai số dương thỏa mãn $x + y = 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}{xy} \geq \frac{25}{4}$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:Phòng thi.....

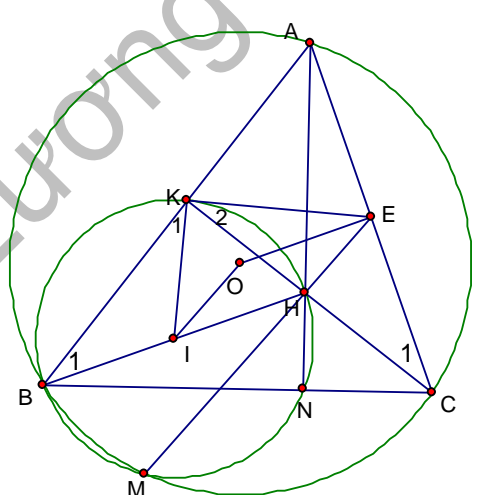
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

<p>Bài 1:</p> <p>a)</p>	$P = \frac{9x}{3\sqrt{x}-1} \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq \frac{1}{9}.$	<p>1đ</p>
<p>b)</p>	<p>Ta có $P = \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{9x}{3\sqrt{x}-1} = \sqrt{x} \Leftrightarrow 9x = \sqrt{x} \cdot (3\sqrt{x}-1)$</p> $\Leftrightarrow 9x = \sqrt{x} \cdot (3\sqrt{x}-1) \Leftrightarrow 9x = 3x - \sqrt{x} \Leftrightarrow 6x + \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(6\sqrt{x}+1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ 6\sqrt{x} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (thỏa mãn).}$ <p>Vậy với $x = 0$ thì $P = \sqrt{x}$.</p>	<p>0,5đ</p>
<p>c)</p>	<p>Ta có $P = \frac{9x}{3\sqrt{x}-1} = \frac{9x-1+1}{3\sqrt{x}-1} = 3\sqrt{x}+1 + \frac{1}{3\sqrt{x}-1} = 3\sqrt{x}-1 + \frac{1}{3\sqrt{x}-1} + 2$</p> <p>Khi $x > \frac{1}{9}$ thì $3\sqrt{x}-1 > 0$ và $\frac{1}{3\sqrt{x}-1} > 0$.</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương $3\sqrt{x}-1, \frac{1}{3\sqrt{x}-1}$ ta có</p> $3\sqrt{x}-1 + \frac{1}{3\sqrt{x}-1} \geq 2\sqrt{(3\sqrt{x}-1) \cdot \frac{1}{3\sqrt{x}-1}} = 2$ <p>Suy ra $P \geq 2$. Nên giá trị nhỏ nhất của $P = 2$ khi</p> $3\sqrt{x}-1 = \frac{1}{3\sqrt{x}-1} \Leftrightarrow (3\sqrt{x}-1)^2 = 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x}-1 = 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{9} \text{ (thỏa mãn).}$	<p>0,5đ</p>
<p>Bài 2:</p>	<p>Gọi x (chiếc) số tàu dự định của đội($x \in N^*, x < 140$)</p> <p>Số tàu tham gia vận chuyển là $x+1$ (chiếc)</p> <p>Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định: $\frac{280}{x}$ (tấn)</p> <p>Số tấn hàng trên mỗi chiếc thực tế: $\frac{286}{x+1}$ (tấn)</p> <p>Theo đề bài ta có pt: $\frac{280}{x} - \frac{286}{x+1} = 2 \Rightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (t/m)} \\ x = -14 \text{ (l)} \end{cases}$ <p>Vậy đội tàu lúc đầu là 10 chiếc.</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

Bài 3		
1)	<p>Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}; y \neq \frac{1}{3}$</p> $\begin{cases} \sqrt{2x+3} + \frac{6}{3y-1} = 6 \\ 3\sqrt{2x+3} - \frac{4}{3y-1} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{2x+3} + \frac{18}{3y-1} = 18 \\ 3\sqrt{2x+3} - \frac{4}{3y-1} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{22}{3y-1} = 11 \\ 3\sqrt{2x+3} - \frac{4}{3y-1} = 7 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3y-1=2 \\ 3\sqrt{2x+3} - \frac{4}{3y-1} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-1=2 \\ \sqrt{2x+3} = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases} (tm).$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;1)$. (0,75đ)</p>	0,25đ
2) a)	<p>a. Khi $m = 2$ đường thẳng $d : y = 5x - 4$</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:</p> $x^2 = 5x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$ <p>+) Với $x = 4 \Rightarrow y = 4^2 = 16$</p> <p>+) Với $x = 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1$</p> <p>Vậy giao điểm của d và (P) là: $(4;16); (1;1)$</p>	0,5đ

b)	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:</p> $x^2 = (2m+1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0(*)$ <p>$a = 1; b = -(2m+1); c = 2m$ nên suy ra $a + b + c = 0$</p> <p>Do đó phương trình (*) có các nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2m \end{cases}$</p> <p>Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $2m \neq 1 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$</p> $ x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow 1 - 2m = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m = 3 \\ 1 - 2m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} (tm)$ <p>Vậy $m \in \{-1; 2\}$.</p>	0,5đ
----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

Bài 4	<p>Vẽ hình đúng đến câu a</p> 	0,25đ
a)	<p>Chứng minh $\widehat{HNB} = \widehat{HKB} = 90^\circ$ Tứ giác BKHN có $\widehat{HNB} + \widehat{HKB} = 180^\circ$ (Mà hai góc này ở vị trí đối nhau) \Rightarrow Tứ giác BKHN nội tiếp. Xác định được tâm I của đường tròn là trung điểm BH.</p>	0,75đ 0,25đ
b)	<p>H là trực tâm ΔABC suy ra $BH \perp AC \Rightarrow \angle ABH + \angle BAC = 90^\circ$ Mà $\angle KCA + \angle KAC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABH = \angle KCA \Rightarrow \angle KBH = \angle KCA$</p>	1đ
c)	<p>ΔAKC vuông tại K, E là trung điểm $\Rightarrow KE = EC \Rightarrow \Delta KEC$ cân $\Rightarrow \angle K_2 = \angle C_1$ Chứng minh tương tự có $\angle B_1 = \angle K_1$ mà $\angle C_1 = \angle B_1 \Rightarrow \angle K_1 = \angle K_2$</p>	0,75đ

	Suy ra $\angle IKE = 90^\circ$. Suy ra KE là tiếp tuyến của (I).	
d)	<p>Chứng minh $OE \parallel IH, OE = IH$.</p> <p>Suy ra IOEH là hình bình hành.</p> <p>Suy ra $IO \parallel HE$ (1).</p> <p>Lại có $IO \perp BM$ (tc đường nối tâm). $MH \perp BM$</p> <p>Suy ra $IO \parallel MH$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra M, H, E thẳng hàng (tiên đề Oclit về đt //)</p>	0,5đ
Bài 5	<p>Vì $x, y > 0; x + y = 1$ và áp dụng $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ nên</p> $4xy \leq 1 \Leftrightarrow xy \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{xy} \geq 4$ $\frac{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}{xy} = \frac{x^2 + 1}{x} \cdot \frac{y^2 + 1}{y} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$ $xy + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = xy + \frac{1}{16xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{xy}$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho hai số dương, ta có:</p> $xy + \frac{1}{16xy} \geq 2\sqrt{xy \cdot \frac{1}{16xy}} = \frac{1}{2}; \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2; \quad \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{xy} \geq \frac{15}{16} \cdot 4 = \frac{15}{4}$ $\Rightarrow \frac{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}{xy} \geq \frac{1}{2} + 2 + \frac{15}{4} = \frac{25}{4}$ <p>Vậy $\frac{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}{xy} \geq \frac{25}{4}$.</p>	0,5đ