

(Đề thi gồm có 01 trang)

## ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức $A$ khi $x=9$ .	0,5
		Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức $A$ . Tính được $A = \frac{9-4}{\sqrt{9+3}} = \frac{5}{6}$ .	
	2)	Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x+2}}$ .	1,0
	$B = \frac{4}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x+14}}{x-4} = \frac{4(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} - \frac{\sqrt{x+14}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}$ $= \frac{4\sqrt{x+2} - \sqrt{x+14}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{3\sqrt{x-2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{3}{\sqrt{x+2}}$		
3)	3)	Tìm tất cả các giá trị nguyên của $x$ để biểu thức $A.B \leq 0$ .	0,5
		$A.B \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-4}{\sqrt{x+3}} \cdot \frac{3}{\sqrt{x+2}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}{\sqrt{x+3}} \cdot \frac{3}{\sqrt{x+2}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{x-2})}{\sqrt{x+3}} \leq 0$ <p>Vì <math>x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} &gt; 0</math> nên <math>\frac{3(\sqrt{x-2})}{\sqrt{x+3}} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 4</math></p> <p>Kết hợp với điều kiện <math>x \geq 0, x \neq 4</math> ta được <math>0 \leq x &lt; 4</math>. Mà <math>x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{0; 1; 2; 3\}</math>.</p> <p>Vậy <math>x = \{0; 1; 2; 3\}</math> thì biểu thức <math>A.B \leq 0</math>.</p>	
Bài II 2,5 điểm	1)	Gọi thời gian thầy Trình làm một mình hoàn thành công việc là $x$ (giờ, $x > 6$ ). Gọi thời gian thầy Hưng làm một mình hoàn thành công việc là $y$ (giờ, $y > 6$ ). Trong 1 giờ thầy Trình làm được $\frac{1}{x}$ công việc. Trong 1 giờ thầy Hưng làm được $\frac{1}{y}$ công việc. Vì hai thầy cùng làm sau 6 giờ xong công việc thì 1 giờ cả hai thầy hoàn thành được $\frac{1}{6}$ công việc nên ta có PT: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1). Vì sau 2 giờ hai thầy làm chung, thầy Hưng được điều đi làm việc khác, thầy Trình hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10 giờ nên ta có PT: $2 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{10}{x} = 1 \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$ (2).	1,5

		<p>Từ (1) và (2) ta có HPT: <math display="block">\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} = \frac{2}{3} \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (TM)}.</math></p> <p>Vậy thời gian thầy Trình làm một mình hoàn thành công việc là 15 giờ, thầy Hưng làm một mình hoàn thành công việc là 10 giờ.</p>	
	2)	<p>Hình nón có đường kính bằng <math>44m</math>, nên bán kính bằng <math>22m</math>.</p> <p>Diện tích bề mặt được sơn của mái nhà là <math>S = \pi r l \approx 3,14.22.32 = 2210,56(m^2)</math>.</p> <p>Kết luận diện tích bề mặt được sơn của mái nhà xấp xỉ bằng <math>2210,56(m^2)</math>.</p>	<b>1,0</b>
<b>Bài III</b> 2,0 điểm	1)	<p><b>Giải hệ phương trình:</b> <math display="block">\begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{x-1} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}</math></p>	<b>1,0</b>
		<p>ĐK: <math>\begin{cases} x \neq 1 \\ y \geq 2 \end{cases}</math></p> <p>Ta có <math display="block">\begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{x-1} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{8}{x-1} - 2\sqrt{y-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{x-1} = 9 \\ \frac{4}{x-1} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}</math></p> <p><math display="block">\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ \frac{4}{x-1} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{4}{2-1} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases} \text{ (TMĐK)}.</math></p> <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm là <math>(x; y) = (2; 6)</math>.</p>	
	2a)	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của <math>(d)</math> và <math>(P)</math> là <math>x^2 - 2mx - m^2 - 3 = 0</math> (1)</p> <p>Đường thẳng <math>(d)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow</math> phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>\Leftrightarrow \Delta' &gt; 0 \Leftrightarrow 2m^2 + 3 &gt; 0</math> luôn đúng với mọi <math>m</math>.</p> <p>Vậy đường thẳng <math>(d)</math> luôn cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt với mọi <math>m</math>.</p>	<b>0,5</b>
	2b)	<p>Theo ý a) thì <math>(d)</math> luôn cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt có hoành độ <math>x_1; x_2</math>.</p> <p>Áp dụng định lý Vi-et: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -m^2 - 3 &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>Theo đề bài <math> x_1  +  x_2  \leq 2\sqrt{11} \Leftrightarrow ( x_1  +  x_2 )^2 \leq (2\sqrt{11})^2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 x_2  \leq 44</math></p> <p><math display="block">\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2 x_1 x_2  \leq 44 \Leftrightarrow (2m)^2 - 2(-m^2 - 3) + 2(m^2 + 3) \leq 44</math></p> <p><math display="block">\Leftrightarrow 8m^2 + 12 \leq 44 \Leftrightarrow 8m^2 \leq 32 \Leftrightarrow m^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2</math>. Mà <math>m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2\}</math>.</p>	<b>0,5</b>
1)	<b>Chứng minh bốn điểm B, N, K và I cùng thuộc một đường tròn.</b>		<b>1,0</b>

		<p>Ta có <math>\widehat{MBA} = \frac{1}{2} sđ \widehat{MA}</math>, <math>\widehat{MNC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{MC}</math>.</p> <p>Do <math>M</math> là điểm chính giữa cung <math>AC</math> nên <math>\widehat{MA} = \widehat{MC}</math>  <math>\Rightarrow \widehat{MNC} = \widehat{MBA} \Rightarrow \widehat{KNI} = \widehat{KBI}</math>.</p> <p>Vậy tứ giác <math>BNKI</math> nội tiếp hay bốn điểm <math>B, N, K</math> và <math>I</math> cùng thuộc một đường tròn.</p>	
<p><b>Bài IV</b> 3,0 điểm</p>	<p>2) <b>Chứng minh</b> <math>NM.NH = NC.NI</math>.</p>	<p>Ta có <math>\widehat{ACN} = \frac{1}{2} sđ \widehat{NA}</math>, <math>\widehat{BMN} = \frac{1}{2} sđ \widehat{NB}</math>.</p> <p>Do <math>N</math> là điểm chính giữa cung <math>AB</math> nên  <math>\widehat{NA} = \widehat{NB} \Rightarrow \widehat{NCA} = \widehat{NMB} \Rightarrow \widehat{HCN} = \widehat{IMN}</math>.</p> <p>Xét <math>\Delta NHC</math> và <math>\Delta NIM</math>  Có <math>\widehat{HNC} = \widehat{INM}</math> và <math>\widehat{HCN} = \widehat{IMN}</math>  <math>\Rightarrow \Delta NHC \sim \Delta NIM</math> (g - g).  <math>\Rightarrow \frac{NH}{NI} = \frac{NC}{NM}</math>  <math>\Rightarrow NM.NH = NC.NI</math> (đpcm).</p>	<p>1,0</p>
	<p>3) <b>Gọi</b> <math>AI</math> cắt <math>(O)</math> tại <math>E</math>, <math>NE</math> cắt <math>CB</math> tại <math>F</math>. <b>Chứng minh</b> ba điểm <math>H, I, F</math> thẳng hàng.</p>	<p>Ta có <math>\widehat{NCM} = sđ \frac{\widehat{MN}}{2}</math>,</p> $\widehat{MIC} = \frac{sđ \widehat{MC} + sđ \widehat{NB}}{2} = \frac{sđ \widehat{MA} + sđ \widehat{AN}}{2} = sđ \frac{\widehat{MN}}{2}$ $\Rightarrow \widehat{MCN} = \widehat{MIC} \Rightarrow \Delta MIC$ cân tại $M \Rightarrow MI = MC$ . Mà $M$ chính giữa cung $\widehat{AC} \Rightarrow MA = MC \Rightarrow MA = MI$ $\Rightarrow M$ thuộc đường trung trực của $AI$ . Tương tự $N$ thuộc đường trung trực của $AI$ . $\Delta HIA$ cân tại $H$ nên $\widehat{HAI} = \widehat{HIA}$ Vì $I$ là giao điểm của hai đường phân giác của $\widehat{ACB}$ và $\widehat{ABC}$ nên $AI$ là phân giác của $\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{HAI} = \widehat{BAI}$ $\Rightarrow \widehat{HIA} = \widehat{BAI} \Rightarrow HI // AB$ . Tương tự $IF // AB$ . Suy ra ba điểm $H, I, F$ thẳng hàng.	<p>0,5</p>
	<p>4) <b>Xác định</b> vị trí điểm <math>C</math> để chu vi tứ giác <math>AIBN</math> lớn nhất.</p>	<p>Dựng đường tròn <math>(N; NA)</math> có <math>I</math> thuộc <math>(N; NA)</math>  Lấy điểm <math>D</math> là điểm chính giữa cung nhỏ <math>AB</math> của</p>	<p>0,5</p>

